



Anita Wulansari, S.Kom, M.Kom

Scalars vs Vectors

Skalar: besaran yang dijelaskan sepenuhnya hanya oleh besarnya (atau nilai numerik).

Vektor: besaran yang dijelaskan sepenuhnya oleh nilai dan arah..

SCALAR	VECTOR
A scalar quantity has magnitude only.	A vector has both magnitude and direction.
 speed	 velocity
 mass	 weight
 volume	 friction
 time	

Notasi Vektor

$$\vec{V} = \overrightarrow{PQ}$$



- **Titik P** : Pangkal Vektor
- **Titik Q** : Ujung Vektor
- **Tanda Panah** : Arah Vektor
- **Panjang PQ = |PQ|** : Besarnya (panjang) vektor

Besaran dan Arah Vektor

- **Besaran:** Menunjukkan **seberapa besar/panjang** vector $\rightarrow |\vec{v}|$
- **Arah:** Menunjukkan ke mana vector mengarah $\rightarrow \theta$
- Contoh : $\vec{v} = (3, 4)$

$$|\vec{v}| = 5$$

$$\theta = 53.13^\circ$$

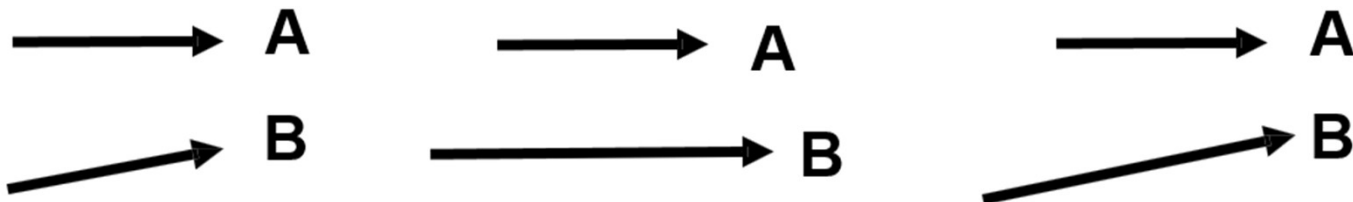
Padanan Vektor

- **Definisi:** Dua vektor dianggap ekuivalen jika keduanya memiliki besar (panjang) yang sama dan mengarah ke arah yang sama.
- **Representasi Visual:** Vektor yang ekuivalen dapat direpresentasikan oleh anak panah dengan panjang yang sama dan arah yang sama, meskipun keduanya berada pada posisi yang berbeda di dalam ruang.
- **Berbasis Komponen:** Vektor yang ekuivalen akan memiliki perubahan yang sama pada komponen x dan y (atau x , y , dan z) saat bergerak dari titik awal ke titik akhir.

Padanan Vektor

 $A = B$

Sepadan



Tidak Sepadan

Vektor Nol

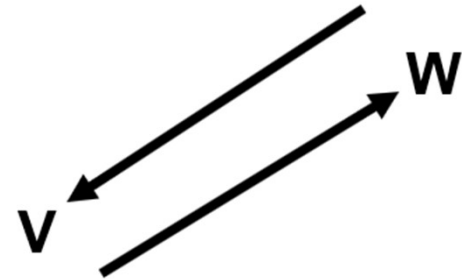
- Vektor unik yang memiliki panjang nol. Arah vektor nol tidak terdefinisi.

$$\mathbf{0} + \vec{v} = \vec{v} + \mathbf{0} = \vec{v}$$

Vektor Negatif

- Vektor yang memiliki besar (panjang) yang sama dengan vektor asal, namun mengarah ke arah yang tepat berlawanan

$$\vec{W} = -\vec{V}$$



Vektor Negatif

- Karakteristik utama
 - Arah Berlawanan
 - Besaran Sama
 - Perkalian Skalar dengan -1 : Vektor negatif diperoleh dengan mengalikan vektor asal dengan nilai skalar -1 .
 - Hasil Vektor Nol: Ketika suatu vektor dijumlahkan dengan vektor negatifnya, hasilnya adalah vektor nol, yang berarti keduanya saling meniadakan.

Menentukan Vektor

- Jika diketahui dua titik: $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_2, y_2)$ maka vektor dari P ke Q adalah: $\vec{PQ} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$
- Diketahui: $P(2,3)$ dan $Q(7,6)$, maka $\vec{PQ} = (7-2, 6-3) \rightarrow \vec{PQ} = (5,3)$
Artinya, untuk bergerak dari P ke Q:
 - bergerak **5 satuan ke kanan**
 - bergerak **3 satuan ke atas**

Contoh

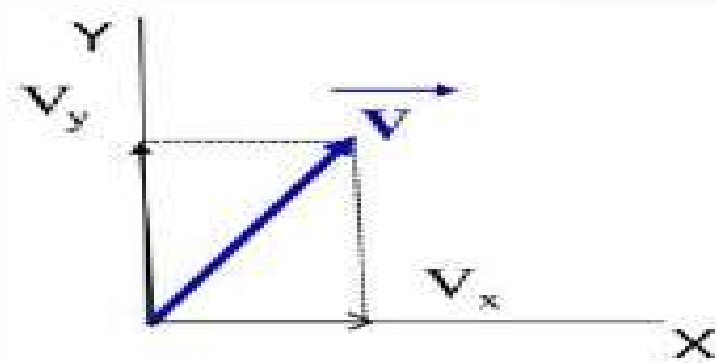
- Tentukan Panjang vektor a $(5, -3)$!
- Tentukan Panjang vektor a $(5, -3, 1)$ dengan titik awal $(1, 1, 1)$!
- Jawaban:

$$|a| = \sqrt{5^2 + (-3)^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{36} = 6$$

$$|a| = \sqrt{(5-1)^2 + (-3-1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{16 + 16 + 0} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

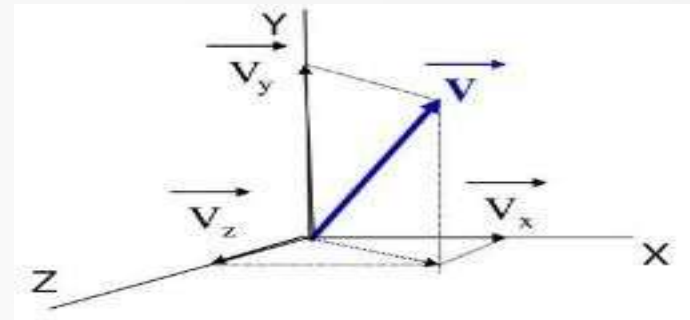
Vektor pada Bidang 2 dan 3

- Vektor pada Bidang 2 Dimensi



$$\vec{V} = (V_x, V_y)$$

- Vektor pada Bidang 3 Dimensi



$$\vec{V} = (V_x, V_y, V_z)$$

Ukuran Vektor pada Bidang 2 dan 3

- Ukuran vektor pada Bidang 2 Dimensi
- Vektor pada Bidang 3 Dimensi

$$|\vec{V}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$|\vec{V}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Penjumlahan dan Pengurangan Vektor

- Vektor pada Bidang 2 Dimensi

$$\vec{V} \pm \vec{W} = (v_x \pm w_x, v_y \pm w_y)$$

$$|\vec{V} \pm \vec{W}| = \sqrt{(v_x \pm w_x)^2 + (v_y \pm w_y)^2}$$

- Vektor pada Bidang 3 Dimensi

$$\vec{V} \pm \vec{W} = (v_x \pm w_x, v_y \pm w_y, v_z \pm w_z)$$

$$|\vec{V} \pm \vec{W}| = \sqrt{(v_x \pm w_x)^2 \pm (v_y + w_y)^2 \pm (v_z + w_z)^2}$$

Vektor pada Dimensi n

- Untuk vektor pada dimensi n, misalnya $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$

- Panjang vektor

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}$$

- Jarak vektor

$$d(\vec{u}, \vec{v}) = \|\vec{u} - \vec{v}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (u_i - v_i)^2}$$

$$d(\vec{u}, \vec{v}) = \sqrt{(u_1 - v_1)^2 + (u_2 - v_2)^2 + \dots + (u_n - v_n)^2}$$

Contoh

- Diketahui $\bar{u} = (1, 1, 2, 3)$ dan $\bar{v} = (2, 2, 1, 1)$. Tentukan panjang tiap vektor dan jarak keduanya.
- Panjang vektor

$$\|\bar{u}\| = (\bar{u} \bullet \bar{u})^{1/2} = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{15}$$

$$\|\bar{v}\| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

- Jarak vektor

$$\begin{aligned} d(\bar{u}, \bar{v}) &= \|\bar{u} - \bar{v}\| = \sqrt{(1-2)^2 + (1-2)^2 + (2-1)^2 + (3-1)^2} \\ &= \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{7} \end{aligned}$$

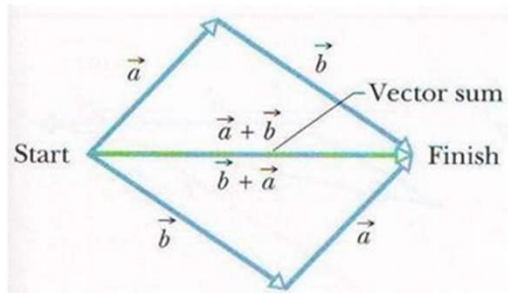
Perkalian Skalar

- **Definisi:** perkalian sebuah vector dengan suatu bilangan real (skalar).
- Jika $\vec{v} = (v_1, v_2)$ dan k adalah scalar, maka: $k\vec{v} = (kv_1, kv_2)$
- Untuk vector 3D : $k\vec{v} = (kv_1, kv_2, kv_3)$
- **Perkalian skalar mengubah besaran dan, jika skalarnya negative, mengubah arah suatu vektor.**

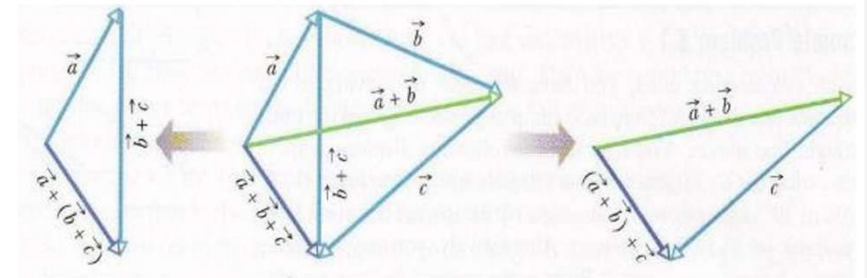
Sifat Operasi Vektor

- **Komutatif** : Urutan penjumlahan tidak memengaruhi hasil.
- **Asosiatif** : Pengelompokan memengaruhi hasil.

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$



$$(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$$



Sifat Operasi Vektor

- **Identitas** : Vektor nol bertindak sebagai identitas.

$$\vec{v} + \vec{0} = \vec{v}$$

- Contoh: $(2,3) + (0,0) = (2,3)$

- **Inverse** : Vektor negative dari suatu vektor.

$$\vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{0}$$

- Contoh: $(2,3) + (-2,-3) = (0,0)$

Sifat Perkalian Skalar

- Distributif terhadap Penjumlahan Vektor : $a(\vec{u} + \vec{v}) = a\vec{u} + a\vec{v}$
- Contoh: $2[(1,2) + (3,4)]$
 $= 2(4,6)$
 $= (8,12)$
ATAU $= 2(1,2) + 2(3,4)$
 $= (2,4) + (6,8)$
 $= (8,12)$
- Distributif terhadap Penjumlahan Skalar : $(a + b)\vec{v} = a\vec{v} + b\vec{v}$
- Contoh: $\vec{v} = (2,3)$
 $\rightarrow (2+3)\vec{v} = 5(2,3) = (10,15)$
- **ATAU** $2\vec{v} + 3\vec{v} = (4,6) + (6,9)$
 $= (10,15)$

$$(2 + 3)\vec{v} = 2\vec{v} + 3\vec{v}$$