

BUKU AJAR

MATA KULIAH ARSITEKTUR KOMPUTER

BAB 5

KOMBINATORIK DAN PENERAPANNYA DALAM SISTEM KOMPUTER

**Berbasis Rencana Pembelajaran Semester (RPS)
Arsitektur Komputer IF221101 | 3 SKS | 2026**

IDENTITAS BAB

Komponen	Keterangan
Mata Kuliah	Arsitektur Komputer
Kode	IF221101
Bobot	3 SKS
Bab	Bab 5
Judul	Kombinatorik dan Penerapannya dalam Sistem Komputer
Fokus Pembelajaran	Memahami prinsip pencacahan, permutasi, kombinasi, dan penerapannya dalam persoalan komputasi
Level Pembelajaran	Pemahaman konsep, perhitungan, analisis kemungkinan, dan penerapan pada masalah sederhana

CAPAIAN PEMBELAJARAN BAB

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan konsep dasar kombinatorik.
2. Menerapkan aturan penjumlahan dan aturan perkalian.
3. Menggunakan prinsip pencacahan untuk menentukan banyaknya kemungkinan.
4. Menjelaskan dan menghitung nilai faktorial.
5. Membedakan konsep permutasi dan kombinasi.
6. Menghitung permutasi dengan dan tanpa pengulangan.
7. Menghitung kombinasi pada berbagai persoalan sederhana.
8. Menganalisis ruang kemungkinan pada masalah komputasi.
9. Menerapkan konsep kombinatorik pada kasus konfigurasi, sandi, pemilihan, dan pencarian solusi.

PETA KONSEP

ALUR KONSEP BAB 5

Kombinatorik → Prinsip Pencacahan → Aturan Penjumlahan → Aturan Perkalian → Faktorial → Permutasi → Permutasi dengan Pengulangan → Kombinasi → Ruang Kemungkinan → Analisis Kompleksitas Kemungkinan → Penerapan dalam Sistem Komputer.

5.1 Pendahuluan

Kombinatorik merupakan cabang matematika diskrit yang mempelajari cara menghitung banyaknya kemungkinan tanpa harus mendaftar seluruh kemungkinan secara satu per satu. Dalam ilmu komputer, pendekatan ini sangat penting karena banyak persoalan berkaitan dengan konfigurasi, pemilihan, pengurutan, pencarian, kode, dan ruang solusi.

Ketika seorang pengembang ingin mengetahui berapa banyak kemungkinan kata sandi yang dapat dibentuk, berapa konfigurasi bit yang tersedia, atau berapa cara memilih sejumlah elemen dari suatu kumpulan data, kombinatorik menyediakan metode formal untuk melakukan perhitungan tersebut.

Dalam sistem komputer, pertumbuhan jumlah kemungkinan dapat menjadi sangat cepat. Oleh karena itu, pemahaman kombinatorik tidak hanya membantu melakukan perhitungan, tetapi juga membantu mahasiswa memahami mengapa beberapa masalah menjadi sulit ketika ukuran input bertambah.

PERTANYAAN PEMANTIK

Jika sebuah sistem menggunakan 8 bit, berapa banyak pola biner berbeda yang dapat dibentuk? Jika sebuah kata sandi memiliki beberapa posisi dengan banyak pilihan karakter, bagaimana menghitung jumlah kemungkinan tanpa membuat daftar seluruh kata sandi?

5.2 Konsep Dasar Kombinatorik

Kombinatorik berfokus pada teknik menghitung jumlah objek atau susunan yang mungkin. Objek dapat berupa angka, karakter, mahasiswa, komponen sistem, bit, atau elemen data lainnya.

Secara umum, terdapat dua prinsip dasar yang menjadi fondasi banyak persoalan kombinatorik, yaitu aturan penjumlahan dan aturan perkalian. Dari kedua prinsip tersebut, berbagai konsep lain seperti permutasi dan kombinasi dapat dikembangkan.

5.3 Aturan Penjumlahan

Aturan penjumlahan digunakan ketika suatu aktivitas dapat dilakukan melalui beberapa pilihan yang saling terpisah. Jika pilihan pertama memiliki m kemungkinan dan pilihan kedua memiliki n kemungkinan, serta keduanya tidak dipilih secara bersamaan dalam satu kejadian, jumlah kemungkinan adalah $m + n$.

Situasi	Jumlah Kemungkinan
Memilih salah satu dari 5 bahasa pemrograman atau 3 sistem operasi	$5 + 3 = 8$
Memilih satu jenis autentikasi: 2 metode lokal atau 4 metode eksternal	$2 + 4 = 6$

Kunci penggunaan aturan penjumlahan adalah memahami bahwa pilihan-pilihan tersebut merupakan alternatif.

5.4 Aturan Perkalian

Aturan perkalian digunakan ketika sebuah proses terdiri atas beberapa tahap yang semuanya dilakukan. Jika tahap pertama memiliki m kemungkinan dan tahap kedua memiliki n kemungkinan, jumlah cara untuk menyelesaikan kedua tahap adalah $m \times n$.

Contoh: sebuah kode terdiri atas satu huruf kapital dan dua digit angka. Jika tersedia 26 pilihan huruf dan 10 pilihan untuk setiap digit, jumlah kemungkinan adalah $26 \times 10 \times 10 = 2.600$.

Tahap	Pilihan
-------	---------

Karakter pertama	26
Karakter kedua	10
Karakter ketiga	10
Total	$26 \times 10 \times 10 = 2.600$

KETERKAITAN DENGAN SISTEM KOMPUTER

Aturan perkalian digunakan untuk menghitung jumlah konfigurasi sistem, kemungkinan input, kombinasi parameter, pola bit, dan ukuran ruang pencarian.

5.5 Prinsip Pencacahan

Prinsip pencacahan merupakan penerapan sistematis dari aturan penjumlahan dan perkalian. Sebelum melakukan perhitungan, mahasiswa perlu mengidentifikasi struktur persoalan: apakah proses terdiri atas alternatif, tahapan berurutan, atau gabungan keduanya.

Contoh sederhana adalah sistem biner. Untuk setiap posisi bit tersedia dua pilihan, yaitu 0 atau 1. Jika terdapat n bit, jumlah pola yang dapat dibentuk adalah 2^n .

Jumlah Bit	Jumlah Pola
1	$2^1 = 2$
2	$2^2 = 4$
4	$2^4 = 16$
8	$2^8 = 256$
16	$2^{16} = 65.536$

Konsep tersebut menjelaskan hubungan langsung antara jumlah bit dan kapasitas representasi. Semakin banyak bit yang tersedia, semakin besar jumlah pola data yang dapat direpresentasikan.

5.6 Faktorial

Faktorial digunakan dalam berbagai rumus kombinatorik. Untuk bilangan bulat positif n , faktorial ditulis sebagai $n!$ dan merupakan hasil perkalian seluruh bilangan bulat positif dari 1 sampai n .

n	$n!$
0	1
1	1
2	2
3	6
4	24
5	120

6	720
---	-----

Secara umum, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$. Definisi $0! = 1$ digunakan sebagai konvensi matematika yang membuat berbagai rumus kombinatorik tetap konsisten.

5.7 Permutasi

Permutasi digunakan untuk menghitung banyaknya cara menyusun atau memilih objek ketika urutan diperhatikan. Dengan kata lain, susunan A-B-C berbeda dengan B-A-C.

5.7.1 Permutasi Semua Objek

Jika terdapat n objek berbeda dan seluruh objek disusun, jumlah susunan adalah $n!$. Contoh: tiga karakter A, B, dan C dapat disusun sebanyak $3! = 6$ cara.

Susunan	Contoh
1	ABC
2	ACB
3	BAC
4	BCA
5	CAB
6	CBA

5.7.2 Permutasi Sebagian Objek

Jika dari n objek berbeda dipilih r objek dan urutan diperhatikan, banyaknya permutasi dinyatakan sebagai $P(n,r) = n! / (n-r)!$.

Contoh: dari 5 mahasiswa dipilih ketua, wakil, dan sekretaris. Karena jabatan memiliki urutan atau posisi berbeda, jumlah kemungkinan adalah $P(5,3) = 5! / 2! = 60$.

5.7.3 Permutasi dengan Pengulangan

Pada beberapa persoalan, objek dapat digunakan kembali pada setiap posisi. Jika tersedia n pilihan dan terdapat r posisi, jumlah susunan adalah n^r .

Contoh: PIN empat digit memiliki 10 pilihan pada setiap posisi. Jika digit dapat berulang, jumlah kemungkinan adalah $10^4 = 10.000$.

CATATAN ANALISIS

Jumlah kemungkinan yang besar tidak otomatis berarti semua kemungkinan aman dari tebakan. Keamanan sistem juga dipengaruhi oleh kebijakan penggunaan, distribusi pilihan pengguna, metode autentikasi, dan mekanisme perlindungan lainnya.

5.8 Kombinasi

Kombinasi digunakan ketika pemilihan objek tidak memperhatikan urutan. Memilih A dan B dianggap sama dengan memilih B dan A.

Jumlah kombinasi r objek dari n objek dinyatakan sebagai $C(n,r) = n! / (r!(n-r)!)$.

Contoh: dari 5 mahasiswa akan dipilih 2 orang sebagai anggota tim. Karena urutan tidak penting, jumlah cara adalah $C(5,2) = 10$.

Situasi	Konsep
Menentukan juara 1, 2, dan 3	Permutasi karena posisi berbeda
Memilih 3 anggota tim	Kombinasi karena urutan tidak penting
Menyusun urutan karakter	Permutasi
Memilih 2 sensor dari 8 sensor	Kombinasi

5.9 Perbedaan Permutasi dan Kombinasi

Karakteristik	Permutasi	Kombinasi
Urutan	Diperhatikan	Tidak diperhatikan
A-B dan B-A	Berbeda	Sama
Rumus umum	$P(n,r)=n!/(n-r)!$	$C(n,r)=n!/(r!(n-r)!)$
Contoh	Menentukan posisi jabatan	Memilih anggota kelompok

TIPS PEMECAHAN MASALAH

Tanyakan satu pertanyaan sederhana: “Jika urutan objek ditukar, apakah hasilnya dianggap berbeda?” Jika ya, persoalan cenderung menggunakan permutasi. Jika tidak, gunakan kombinasi.

5.10 Ruang Kemungkinan dalam Sistem Komputer

Dalam konteks komputasi, ruang kemungkinan atau search space adalah kumpulan seluruh kandidat solusi yang mungkin. Kombinatorik membantu memperkirakan ukuran ruang tersebut sebelum algoritma dijalankan.

Misalkan sebuah sistem memiliki 20 parameter biner. Setiap parameter dapat bernilai 0 atau 1. Jumlah konfigurasi adalah 2^{20} atau lebih dari satu juta kemungkinan. Jika algoritma harus memeriksa seluruh konfigurasi, waktu komputasi dapat meningkat secara signifikan.

Jumlah Variabel Biner	Jumlah Konfigurasi
5	32
10	1.024
20	1.048.576
30	1.073.741.824

Pertumbuhan eksponensial ini menunjukkan mengapa pendekatan brute force dapat menjadi tidak praktis pada ukuran masalah tertentu.

5.11 Penerapan Kombinatorik pada Representasi Bit

Jika sebuah register memiliki n bit, setiap bit memiliki dua keadaan. Dengan demikian terdapat 2^n pola berbeda. Untuk register 8-bit terdapat 256 pola, sedangkan untuk register 32-bit terdapat 2^{32} pola yang jauh lebih besar.

Namun, jumlah pola tidak selalu berarti seluruh pola digunakan untuk jenis data yang sama. Interpretasi pola bergantung pada representasi yang diterapkan, misalnya unsigned integer, signed integer, karakter, atau instruksi.

CONTOH

Sebuah byte memiliki 8 bit. Jumlah pola bit adalah $2^8 = 256$. Pola 01000001 dapat ditafsirkan sebagai nilai integer 65 atau sebagai karakter tertentu, tergantung konteks representasi.

5.12 Penerapan Kombinatorik pada Kata Sandi dan Kode

Kombinatorik dapat digunakan untuk memperkirakan jumlah kemungkinan kode berdasarkan panjang dan himpunan karakter. Misalnya, jika tersedia 26 huruf kapital dan sebuah kode memiliki panjang 5 dengan pengulangan diperbolehkan, jumlah kemungkinan adalah 26^5 .

Jika suatu aturan menyatakan karakter tidak boleh berulang, pendekatan yang digunakan berubah menjadi permutasi. Oleh karena itu, aturan sistem harus dianalisis terlebih dahulu sebelum memilih metode perhitungan.

Skenario	Jumlah Kemungkinan
PIN 4 digit, pengulangan boleh	10^4
PIN 4 digit, tanpa pengulangan	$P(10,4)$
Kode 3 huruf dari 26 huruf, urutan penting	26^3 jika boleh berulang
Memilih 3 administrator dari 10 orang	$C(10,3)$

5.13 Penerapan pada Konfigurasi Sistem

Sebuah sistem dapat memiliki banyak pilihan konfigurasi. Misalnya, terdapat 3 pilihan mode operasi, 4 pilihan resolusi, dan 2 pilihan metode penyimpanan. Jika seluruh pilihan dapat digabungkan secara bebas, jumlah konfigurasi adalah $3 \times 4 \times 2 = 24$.

Analisis semacam ini dapat membantu pengembang memperkirakan jumlah skenario pengujian yang mungkin. Dalam pengujian perangkat lunak, tidak selalu realistis untuk menguji seluruh kombinasi apabila jumlah parameter sangat besar. Oleh karena itu, perhitungan kombinatorik juga dapat menjadi dasar untuk menentukan strategi pengujian.

5.14 Kombinatorik dan Analisis Algoritma

Banyak algoritma menghadapi persoalan dengan jumlah kandidat yang sangat besar. Sebagai contoh, memilih subset dari n elemen menghasilkan sejumlah kemungkinan yang tumbuh menurut pola 2^n . Menentukan semua urutan dari n objek menghasilkan $n!$ kemungkinan.

Dengan memahami pola pertumbuhan tersebut, mahasiswa dapat membedakan masalah yang masih layak diselesaikan dengan enumerasi langsung dan masalah yang membutuhkan strategi lain, seperti pencarian terarah, heuristik, pemrograman dinamis, atau pendekatan optimasi.

Jenis Masalah	Jumlah Kemungkinan
Memilih subset dari n elemen	2^n
Mengurutkan seluruh n objek	$n!$
Memilih r dari n tanpa urutan	$C(n,r)$
Mengisi r posisi dari n pilihan dengan pengulangan	n^r

5.15 Studi Kasus 1: Konfigurasi Laboratorium

Sebuah laboratorium memiliki 3 pilihan sistem operasi, 2 pilihan arsitektur mesin virtual, dan 4 pilihan konfigurasi jaringan. Jika setiap pilihan dapat dikombinasikan, berapa banyak konfigurasi yang mungkin?

Penyelesaian: gunakan aturan perkalian. Jumlah konfigurasi = $3 \times 2 \times 4 = 24$ konfigurasi.

ANALISIS

Jika setiap konfigurasi harus diuji secara manual selama 30 menit, pengujian seluruh kombinasi memerlukan 12 jam. Ketika jumlah parameter meningkat, strategi pengujian perlu dipertimbangkan secara lebih efisien.

5.16 Studi Kasus 2: Pemilihan Tim Pengembangan

Dari 12 mahasiswa, akan dipilih 4 orang untuk membentuk tim pengembangan perangkat lunak. Karena posisi anggota belum dibedakan, urutan tidak penting.

Jumlah tim adalah $C(12,4) = 12! / (4! \times 8!) = 495$ kemungkinan tim.

Jika setelah tim terbentuk ditentukan ketua dan wakil, jumlah kemungkinan akan berubah karena terdapat posisi yang berbeda. Analisis harus memisahkan proses pemilihan anggota dan penetapan jabatan.

5.17 Studi Kasus 3: Pola Biner dan Kapasitas Register

Sebuah sistem memiliki register 6-bit. Setiap posisi bit memiliki dua kemungkinan. Jumlah pola yang dapat dibentuk adalah $2^6 = 64$.

Jika register digunakan sebagai unsigned integer, pola tersebut dapat mewakili 64 nilai berbeda. Jika digunakan sebagai signed integer dengan representasi komplemen dua, jumlah pola tetap 64 tetapi pembagian rentang positif dan negatif berubah.

5.18 Aktivitas Pembelajaran Mahasiswa

Aktivitas 1: Aturan Penjumlahan dan Perkalian

Tentukan jumlah kemungkinan konfigurasi dari sistem yang memiliki 3 pilihan input, 4 pilihan proses, dan 2 pilihan output.

Aktivitas 2: Faktorial

Hitung nilai $7!$, $8!$, dan jelaskan bagaimana pertumbuhan faktorial memengaruhi jumlah kemungkinan urutan.

Aktivitas 3: Permutasi

Dari 8 mahasiswa, tentukan jumlah cara memilih ketua, wakil, dan sekretaris.

Aktivitas 4: Kombinasi

Dari 10 mahasiswa, tentukan jumlah cara memilih 3 orang sebagai tim tanpa membedakan jabatan.

Aktivitas 5: Ruang Kemungkinan

Bandingkan jumlah pola dari register 8-bit, 16-bit, dan 32-bit. Jelaskan pertumbuhan yang terjadi.

Aktivitas 6: Implementasi

Buat program sederhana untuk menghitung faktorial, permutasi, atau kombinasi berdasarkan input pengguna.

5.19 Rangkuman

- Kombinatorik digunakan untuk menghitung jumlah kemungkinan tanpa harus mendaftarkan seluruh kemungkinan.
- Aturan penjumlahan digunakan untuk pilihan alternatif, sedangkan aturan perkalian digunakan untuk proses bertahap.
- Faktorial menjadi dasar berbagai perhitungan permutasi dan kombinasi.
- Permutasi digunakan ketika urutan diperhatikan.
- Kombinasi digunakan ketika urutan tidak diperhatikan.
- Permutasi dengan pengulangan dapat digunakan ketika pilihan yang sama dapat muncul lebih dari satu kali.
- Konsep kombinatorik dapat digunakan untuk menghitung pola bit, konfigurasi sistem, kode, dan ruang pencarian.
- Pertumbuhan eksponensial dan faktorial dapat menyebabkan jumlah kemungkinan meningkat sangat cepat.
- Analisis jumlah kemungkinan membantu memahami keterbatasan pendekatan brute force dan pentingnya strategi algoritmik yang lebih efisien.

5.20 Glosarium Bab

Istilah	Pengertian
Aturan Penjumlahan	Prinsip pencacahan untuk pilihan yang bersifat alternatif.
Aturan Perkalian	Prinsip pencacahan untuk proses yang terdiri atas beberapa tahap.
Brute Force	Pendekatan yang mencoba kandidat solusi secara langsung

	atau menyeluruh.
Kombinasi	Pemilihan objek ketika urutan tidak diperhatikan.
Kombinatorik	Bidang matematika yang mempelajari teknik pencacahan dan pengaturan objek.
Faktorial	Hasil perkalian bilangan bulat positif dari 1 sampai n , ditulis $n!$.
Permutasi	Penyusunan atau pemilihan objek ketika urutan diperhatikan.
Ruang Kemungkinan	Kumpulan seluruh kemungkinan kandidat yang dapat muncul dalam suatu persoalan.
Register	Lokasi penyimpanan kecil dan cepat pada prosesor yang menyimpan data atau informasi tertentu.

5.21 Soal Latihan

A. Soal Pemahaman

- Jelaskan pengertian kombinatorik.
- Kapan aturan penjumlahan digunakan?
- Kapan aturan perkalian digunakan?
- Hitung nilai $6!$ dan $8!$.
- Jelaskan perbedaan permutasi dan kombinasi.
- Hitung $P(7,3)$.
- Hitung $C(8,2)$.
- Berapa banyak pola yang dapat dibentuk oleh register 12-bit?
- Jelaskan mengapa jumlah kemungkinan dapat tumbuh sangat cepat.
- Berikan dua contoh penerapan kombinatorik dalam sistem komputer.

B. Soal Perhitungan dan Analisis

- Sebuah kode terdiri atas 2 huruf kapital dan 3 digit angka. Tentukan jumlah kemungkinan jika pengulangan diperbolehkan.
- Dari 9 mahasiswa dipilih ketua, wakil, dan bendahara. Berapa banyak kemungkinan susunan?
- Dari 15 mahasiswa dipilih 5 anggota tim. Berapa banyak kombinasi yang mungkin?
- Sebuah sistem memiliki 12 parameter biner. Tentukan jumlah konfigurasi yang mungkin.
- Bandingkan jumlah urutan dari 5 objek dan 10 objek. Jelaskan pengaruh pertumbuhan faktorial.
- Jika sebuah masalah memerlukan pemeriksaan seluruh subset dari 25 elemen, berapa banyak kandidat subset yang tersedia?

C. Soal HOTS dan Studi Kasus

- Sebuah aplikasi memiliki 5 parameter konfigurasi dengan masing-masing 3, 4, 2, 5, dan 2 pilihan. Hitung ruang konfigurasi dan analisis apakah seluruh konfigurasi realistis untuk diuji secara manual.
- Rancang aturan kode identifikasi yang memiliki minimal satu juta kemungkinan. Tentukan panjang dan himpunan karakter yang digunakan, lalu tunjukkan perhitungannya.

28. Analisis perbedaan antara pemilihan anggota tim dan penentuan posisi anggota dalam tim menggunakan kombinasi dan permutasi.
29. Jelaskan bagaimana kombinatorik dapat membantu pengembang memperkirakan kesulitan masalah pencarian.
30. Sebuah sistem menggunakan n bit untuk merepresentasikan status. Jelaskan hubungan antara n dan jumlah keadaan yang dapat direpresentasikan.

5.22 Proyek Mini

Judul proyek: Kalkulator Kombinatorik dan Analisis Ruang Kemungkinan.

Mahasiswa membuat aplikasi sederhana yang menerima input n dan r , kemudian menyediakan fungsi:

- Menghitung faktorial n .
- Menghitung permutasi $P(n,r)$.
- Menghitung kombinasi $C(n,r)$.
- Menghitung jumlah pola biner berdasarkan jumlah bit.
- Menghitung jumlah kemungkinan kode berdasarkan panjang dan jumlah karakter yang tersedia.
- Menampilkan interpretasi singkat mengenai ukuran ruang kemungkinan.
- Menguji aplikasi dengan minimal lima skenario berbeda.

OUTPUT YANG DIHARAPKAN

Aplikasi atau program dapat disertai tabel hasil pengujian yang menunjukkan input, rumus yang digunakan, hasil perhitungan, dan interpretasi konteks komputasinya.

5.23 Daftar Pustaka

- Rosen, K. H. Discrete Mathematics and Its Applications. McGraw-Hill.
- Grimaldi, R. P. Discrete and Combinatorial Mathematics. Pearson.
- Englander, I., & Wong, W. The Architecture of Computer Hardware, Systems Software, and Networking. John Wiley & Sons.
- Heuring, V. P., & Murdocca, M. J. Principles of Computer Architecture.
- Dokumen Rencana Pembelajaran Semester Mata Kuliah Arsitektur Komputer IF221101, Program Studi Informatika, Fakultas Ilmu Komputer, Universitas Pembangunan Nasional Veteran Jawa Timur.

CATATAN PENYUSUNAN BAB

Bab ini melanjutkan urutan pembelajaran dengan fokus pada kombinatorik sebagai dasar analisis jumlah kemungkinan dalam persoalan komputasi. Materi prinsip pencacahan, faktorial, permutasi, kombinasi, ruang kemungkinan, konfigurasi sistem, pola bit, dan proyek mini disusun untuk menghubungkan konsep matematis dengan konteks Arsitektur Komputer dan pemecahan masalah komputasional.