

BUKU AJAR ARSITEKTUR KOMPUTER — BAB 4

BUKU AJAR

MATA KULIAH ARSITEKTUR KOMPUTER

BAB 4

LOGIKA DIGITAL DAN TEORI HIMPUNAN DALAM SISTEM KOMPUTER

Berbasis Rencana Pembelajaran Semester (RPS)
Arsitektur Komputer IF221101 | 3 SKS | 2026

IDENTITAS BAB

Komponen	Keterangan
Mata Kuliah	Arsitektur Komputer
Kode	IF221101
Bobot	3 SKS
Bab	Bab 4
Judul	Logika Digital dan Teori Himpunan dalam Sistem Komputer
Fokus RPS	Menerapkan logika dan himpunan dalam program sederhana
Level Pembelajaran	Pemahaman konsep dan penerapan melalui tabel kebenaran, operasi logika, operasi himpunan, dan studi kasus

CAPAIAN PEMBELAJARAN BAB

Setelah mempelajari bab ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. Menjelaskan konsep dasar proposisi dan logika.
2. Membedakan operator logika dasar AND, OR, NOT, XOR, implikasi, dan ekuivalensi.
3. Menyusun dan menganalisis tabel kebenaran.
4. Menerapkan hukum dasar aljabar Boolean dan hukum De Morgan.
5. Menyederhanakan ekspresi logika sederhana.
6. Menjelaskan konsep dasar teori himpunan dan notasinya.
7. Melakukan operasi union, intersection, difference, dan complement.
8. Merepresentasikan persoalan sederhana menggunakan himpunan.
9. Menerapkan konsep logika dan himpunan dalam algoritma atau program sederhana.

PETA KONSEP

ALUR KONSEP BAB 4

Proposisi → Nilai Kebenaran → Operator Logika → Tabel Kebenaran → Aljabar Boolean → Hukum De Morgan → Ekspresi Logika → Gerbang Logika → Himpunan → Operasi Himpunan → Diagram Venn → Relasi Logika dan Himpunan → Implementasi Program Sederhana.

4.1 Pendahuluan

Logika merupakan salah satu dasar penting dalam ilmu komputer. Program mengambil keputusan berdasarkan kondisi, sistem digital memproses sinyal dalam keadaan logis, dan rangkaian komputer dibangun menggunakan prinsip operasi Boolean. Sementara itu, teori himpunan memberikan cara formal untuk mengelompokkan objek dan melakukan operasi terhadap kelompok data.

Dalam konteks Arsitektur Komputer, logika menjadi dasar untuk memahami bagaimana keadaan biner dapat digunakan untuk melakukan pengambilan keputusan dan membangun operasi digital. Himpunan membantu mahasiswa mengembangkan kemampuan abstraksi ketika mengelompokkan data, menentukan irisan kondisi, atau membangun aturan seleksi.

PERTANYAAN PEMANTIK

Bagaimana komputer dapat memutuskan apakah sebuah kondisi bernilai benar atau salah? Bagaimana beberapa kondisi digabungkan? Bagaimana konsep “anggota kelompok” dalam himpunan dapat diterapkan pada data komputer?

4.2 Konsep Dasar Logika

Logika mempelajari aturan penalaran dan hubungan antara pernyataan. Dalam logika proposisional, sebuah proposisi adalah pernyataan yang dapat diberi nilai benar atau salah.

Pernyataan	Proposisi?	Alasan
$2 + 3 = 5$	Ya	Memiliki nilai benar
Surabaya adalah ibu kota Indonesia	Ya	Memiliki nilai salah
Tutup pintu!	Tidak	Perintah, bukan pernyataan bernilai benar/salah
Apakah Anda hadir?	Tidak	Pertanyaan

Nilai kebenaran biasanya dinyatakan dengan True/False atau 1/0. Dalam konteks digital, nilai logis tersebut dapat dipetakan pada dua keadaan biner.

4.3 Operator Logika Dasar

4.3.1 NOT

NOT adalah operator negasi. Operator ini membalik nilai kebenaran suatu proposisi.

P	NOT P
True	False
False	True

4.3.2 AND

Operator AND menghasilkan True hanya jika seluruh kondisi yang dihubungkan bernilai True.

P	Q	P AND Q
F	F	F
F	T	F
T	F	F

T	T	T
---	---	---

4.3.3 OR

Operator OR menghasilkan True apabila minimal satu kondisi bernilai True.

P	Q	P OR Q
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	T

4.3.4 XOR

Exclusive OR atau XOR menghasilkan True ketika tepat satu dari dua kondisi bernilai True.

P	Q	P XOR Q
F	F	F
F	T	T
T	F	T
T	T	F

4.3.5 Implikasi dan Ekuivalensi

Implikasi $P \rightarrow Q$ menyatakan hubungan “jika P maka Q”. Ekuivalensi $P \leftrightarrow Q$ bernilai True apabila kedua proposisi memiliki nilai kebenaran yang sama.

P	Q	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$
F	F	T	T
F	T	T	F
T	F	F	F
T	T	T	T

4.4 Tabel Kebenaran

Tabel kebenaran digunakan untuk mengevaluasi semua kemungkinan kombinasi nilai proposisi. Untuk n proposisi terdapat 2^n kemungkinan kombinasi.

Contoh ekspresi: $(P \text{ AND } Q) \text{ OR NOT } P$.

P	Q	P AND Q	NOT P	(P AND Q) OR NOT P
---	---	---------	-------	--------------------

F	F	F	T	T
F	T	F	T	T
T	F	F	F	F
T	T	T	F	T

KETERKAITAN KOMPUTASI

Tabel kebenaran dapat digunakan untuk memverifikasi aturan kondisi dalam program dan perilaku gerbang logika dalam rangkaian digital.

4.5 Aljabar Boolean

Aljabar Boolean adalah sistem aljabar yang bekerja dengan nilai logis. Dalam bentuk dasar, AND dapat dinotasikan sebagai perkalian atau titik, OR sebagai penjumlahan logis, dan NOT sebagai komplemen atau negasi.

Hukum	Bentuk
Identitas	$P \text{ AND True} = P$; $P \text{ OR False} = P$
Dominasi	$P \text{ AND False} = \text{False}$; $P \text{ OR True} = \text{True}$
Idempoten	$P \text{ AND } P = P$; $P \text{ OR } P = P$
Komplemen	$P \text{ AND NOT } P = \text{False}$; $P \text{ OR NOT } P = \text{True}$
Komutatif	$P \text{ AND } Q = Q \text{ AND } P$; $P \text{ OR } Q = Q \text{ OR } P$
Asosiatif	$(P \text{ AND } Q) \text{ AND } R = P \text{ AND } (Q \text{ AND } R)$
Distributif	$P \text{ AND } (Q \text{ OR } R) = (P \text{ AND } Q) \text{ OR } (P \text{ AND } R)$

4.6 Hukum De Morgan

Hukum De Morgan menghubungkan negasi terhadap operasi AND dan OR. Kedua bentuk utama adalah $\text{NOT}(P \text{ AND } Q) = \text{NOT } P \text{ OR NOT } Q$, serta $\text{NOT}(P \text{ OR } Q) = \text{NOT } P \text{ AND NOT } Q$.

Ekspresi Awal	Bentuk Ekuivalen
$\text{NOT}(P \text{ AND } Q)$	$\text{NOT } P \text{ OR NOT } Q$
$\text{NOT}(P \text{ OR } Q)$	$\text{NOT } P \text{ AND NOT } Q$

Hukum ini penting karena memungkinkan transformasi ekspresi logika ke bentuk lain yang ekuivalen. Dalam perancangan sistem digital, transformasi dapat digunakan untuk menyederhanakan atau menyesuaikan implementasi rangkaian.

4.7 Penyederhanaan Ekspresi Logika

Penyederhanaan bertujuan memperoleh ekspresi ekuivalen dengan bentuk yang lebih sederhana. Misalnya: $(P \text{ AND } Q) \text{ OR } (P \text{ AND NOT } Q)$. Dengan memfaktorkan P, diperoleh $P \text{ AND } (Q \text{ OR NOT } Q)$, dan karena $Q \text{ OR NOT } Q = \text{True}$, hasil akhirnya adalah P.

CONTOH

$(P \text{ AND } Q) \text{ OR } (P \text{ AND NOT } Q) = P$. Artinya, dua kondisi tersebut dapat disederhanakan menjadi satu kondisi utama.

4.8 Gerbang Logika dan Sistem Digital

Gerbang logika merupakan implementasi fisik dari operasi Boolean. Gerbang menerima satu atau lebih input dan menghasilkan output berdasarkan aturan logis tertentu.

Gerbang	Operasi	Karakteristik
AND	$A \text{ AND } B$	1 hanya jika semua input bernilai 1
OR	$A \text{ OR } B$	1 jika minimal satu input bernilai 1
NOT	$\text{NOT } A$	Membalik input
XOR	$A \text{ XOR } B$	1 jika input berbeda
NAND	$\text{NOT}(A \text{ AND } B)$	Negasi AND
NOR	$\text{NOT}(A \text{ OR } B)$	Negasi OR

Kombinasi gerbang logika dapat membentuk fungsi yang lebih kompleks. Konsep ini menjadi jembatan antara logika formal dan organisasi perangkat keras digital.

4.9 Teori Himpunan

Himpunan adalah kumpulan objek yang didefinisikan secara jelas. Objek dalam himpunan disebut anggota atau elemen. Himpunan biasanya ditulis menggunakan tanda kurung kurawal.

Contoh: $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Notasi $2 \in A$ menyatakan bahwa 2 merupakan anggota A, sedangkan $7 \notin A$ menyatakan bahwa 7 bukan anggota A.

4.9.1 Cara Menyatakan Himpunan

Bentuk	Contoh
Daftar anggota	$A = \{2, 4, 6, 8\}$
Notasi pembentuk	$A = \{x \mid x \text{ bilangan genap}, x < 10\}$
Deskripsi	A adalah himpunan bilangan genap kurang dari 10

4.10 Operasi Himpunan

Operasi himpunan memungkinkan penggabungan, pencarian anggota bersama, pengurangan, dan pembentukan komplemen.

4.10.1 Union

Union $A \cup B$ berisi seluruh elemen yang menjadi anggota A atau B.

4.10.2 Intersection

Intersection $A \cap B$ berisi elemen yang menjadi anggota A dan B secara bersamaan.

4.10.3 Difference

Difference $A - B$ berisi elemen yang berada dalam A tetapi tidak berada dalam B.

4.10.4 Complement

Complement A^c berisi elemen dalam himpunan semesta yang tidak menjadi anggota A.

Contoh	Hasil
$A=\{1,2,3\}$, $B=\{3,4,5\}$; $A \cup B$	$\{1,2,3,4,5\}$
$A \cap B$	$\{3\}$
$A - B$	$\{1,2\}$
Jika $U=\{1,2,3,4,5\}$; A^c	$\{4,5\}$

4.11 Diagram Venn

Diagram Venn memberikan representasi visual hubungan antarhimpunan. Diagram ini membantu menganalisis irisan, gabungan, dan daerah komplemen.

CONTOH KONSEP

Jika A adalah mahasiswa yang menguasai Python dan B adalah mahasiswa yang menguasai Java, maka $A \cap B$ menunjukkan mahasiswa yang menguasai keduanya, sedangkan $A \cup B$ menunjukkan mahasiswa yang menguasai minimal salah satu bahasa.

4.12 Hubungan Logika dan Himpunan

Logika dan himpunan memiliki keterkaitan konseptual. AND dapat dibandingkan dengan kondisi yang mensyaratkan dua karakteristik sekaligus, sedangkan OR dapat dibandingkan dengan keanggotaan pada minimal satu kategori. Negasi berhubungan dengan komplemen.

Logika	Analogi Himpunan
$P \text{ AND } Q$	Irisan kondisi atau anggota yang memenuhi P dan Q
$P \text{ OR } Q$	Gabungan kondisi atau anggota yang memenuhi P atau Q
$\text{NOT } P$	Komplemen dari kelompok yang memenuhi P

4.13 Penerapan Logika dalam Program Sederhana

Logika digunakan dalam struktur pengambilan keputusan seperti IF, kondisi perulangan, validasi input, dan aturan sistem.

PSEUDOCODE

```
INPUT nilai
INPUT kehadiran
IF nilai >= 60 AND kehadiran >= 75 THEN
    TAMPILKAN "Lulus"
ELSE
    TAMPILKAN "Belum Lulus"
END IF
```

Contoh tersebut menunjukkan bahwa dua kondisi harus dipenuhi secara bersamaan. Mahasiswa dapat membuat variasi aturan dengan OR, NOT, atau kombinasi operator lainnya.

4.14 Penerapan Himpunan dalam Program Sederhana

Konsep himpunan dapat diterapkan untuk mengelompokkan data. Dalam implementasi sederhana, dua kelompok data dapat dibandingkan untuk mencari anggota bersama atau anggota yang hanya terdapat pada salah satu kelompok.

PSEUDOCODE

```
A = {mahasiswa mengikuti AI}
B = {mahasiswa mengikuti Data Mining}
irisan =  $A \cap B$ 
gabungan =  $A \cup B$ 
TAMPILKAN irisan
TAMPILKAN gabungan
```

4.15 Studi Kasus: Sistem Akses Laboratorium

Sebuah laboratorium menerapkan aturan akses: pengguna boleh masuk apabila terdaftar sebagai mahasiswa aktif DAN memiliki jadwal praktikum. Namun, administrator sistem tetap dapat memperoleh akses meskipun tidak memiliki jadwal praktikum.

Misalkan M = mahasiswa aktif, J = memiliki jadwal, dan A = administrator. Aturan dapat ditulis sebagai (M AND J) OR A.

Dengan tabel kebenaran, setiap kombinasi kondisi dapat dianalisis. Pendekatan ini membantu memastikan bahwa aturan akses sesuai dengan kebijakan yang diinginkan.

4.16 Studi Kasus Himpunan: Analisis Kompetensi Mahasiswa

Misalkan P adalah himpunan mahasiswa yang menguasai Python, J adalah himpunan mahasiswa yang menguasai Java, dan S adalah himpunan seluruh mahasiswa. Analisis $P \cap J$ untuk mengetahui mahasiswa yang menguasai kedua bahasa, $P \cup J$ untuk mengetahui mahasiswa yang menguasai minimal satu bahasa, dan $S - (P \cup J)$ untuk mengetahui mahasiswa yang belum tercakup dalam kedua kelompok.

ANALISIS

Konsep himpunan memungkinkan proses seleksi dan pengelompokan data dijelaskan secara formal sebelum diimplementasikan dalam struktur data atau query.

4.17 Aktivitas Pembelajaran Mahasiswa

Aktivitas 1: Tabel Kebenaran

Susun tabel kebenaran untuk $(P \text{ OR } Q) \text{ AND NOT } R$.

Aktivitas 2: Hukum De Morgan

Buktikan melalui tabel kebenaran bahwa $\text{NOT}(P \text{ AND } Q)$ ekuivalen dengan $\text{NOT } P \text{ OR NOT } Q$.

Aktivitas 3: Penyederhanaan

Sederhanakan ekspresi $(P \text{ AND } Q) \text{ OR } (P \text{ AND NOT } Q)$.

Aktivitas 4: Operasi Himpunan

Diberikan $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, dan $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Tentukan $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, dan A^c .

Aktivitas 5: Implementasi Program

Buat program sederhana yang menerima beberapa kondisi dan menentukan hasil menggunakan AND, OR, dan NOT.

4.18 Rangkuman

- Logika proposisional menggunakan pernyataan yang memiliki nilai benar atau salah.
- Operator dasar meliputi NOT, AND, OR, dan XOR, sedangkan implikasi dan ekuivalensi menjelaskan hubungan antarproposisi.
- Tabel kebenaran digunakan untuk mengevaluasi seluruh kombinasi kondisi.
- Aljabar Boolean menyediakan aturan untuk menganalisis dan menyederhanakan ekspresi logika.
- Hukum De Morgan memungkinkan transformasi negasi terhadap operasi AND dan OR.
- Gerbang logika merupakan implementasi perangkat keras dari operasi Boolean.
- Himpunan adalah kumpulan elemen yang didefinisikan secara jelas.
- Operasi utama himpunan meliputi union, intersection, difference, dan complement.
- Konsep logika dan himpunan dapat diterapkan pada pengambilan keputusan, pengelompokan data, validasi, dan program sederhana.

4.19 Glosarium Bab

Istilah	Pengertian
AND	Operator logika yang bernilai benar jika seluruh kondisi benar.
Boolean	Sistem nilai logis yang pada bentuk dasar menggunakan true dan false.
Complement	Himpunan elemen semesta yang bukan anggota himpunan tertentu.
Ekuivalensi	Hubungan dua proposisi yang bernilai benar jika keduanya memiliki nilai kebenaran sama.
Gerbang Logika	Komponen digital yang menjalankan operasi logika pada sinyal input.
Himpunan	Kumpulan objek atau elemen yang didefinisikan secara jelas.
Implikasi	Pernyataan logika berbentuk jika P maka Q.
Intersection	Operasi untuk memperoleh anggota yang terdapat pada dua himpunan atau lebih.
NOT	Operator negasi yang membalik nilai kebenaran.
OR	Operator logika yang bernilai benar jika minimal satu kondisi benar.
Proposisi	Pernyataan yang dapat diberi nilai benar atau salah.
Union	Operasi untuk menggabungkan anggota dari beberapa himpunan.
XOR	Operator yang bernilai benar ketika input memiliki nilai berbeda.

4.20 Soal Latihan

A. Soal Pemahaman

- Jelaskan perbedaan antara proposisi dan kalimat yang bukan proposisi.
- Jelaskan perbedaan AND, OR, dan XOR.
- Buat tabel kebenaran untuk $P \text{ AND } (Q \text{ OR } R)$.
- Jelaskan dua bentuk hukum De Morgan.
- Apa yang dimaksud dengan aljabar Boolean?
- Jelaskan pengertian himpunan dan elemen.
- Bedakan union dan intersection.
- Jelaskan hubungan antara komplemen dan negasi.
- Mengapa tabel kebenaran penting dalam pengembangan aturan logika program?
- Jelaskan hubungan konseptual antara logika Boolean dan gerbang logika.

B. Soal Analisis

20. Sederhanakan $(P \text{ AND } Q) \text{ OR } (P \text{ AND NOT } Q)$ dan tunjukkan langkahnya.
21. Buktikan salah satu hukum De Morgan menggunakan tabel kebenaran.
22. Diberikan $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{4,5,6,7\}$, dan $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Tentukan $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$, dan A^c .
23. Buat ekspresi logika untuk aturan: mahasiswa dapat mengikuti ujian jika terdaftar dan telah memenuhi kehadiran minimal, atau memperoleh izin khusus.
24. Analisis perbedaan penggunaan AND dan OR pada sistem autentikasi.

C. Soal HOTS dan Studi Kasus

25. Rancang aturan logika untuk sistem akses ruang laboratorium dengan minimal empat kondisi. Buat ekspresi dan tabel kebenaran yang relevan.
26. Buat model himpunan untuk menganalisis mahasiswa yang mengikuti tiga komunitas teknologi. Tentukan pertanyaan analisis yang dapat dijawab menggunakan operasi himpunan.
27. Analisis sebuah aturan program yang terlalu kompleks dan usulkan penyederhanaan menggunakan aljabar Boolean.
28. Jelaskan bagaimana kesalahan penggunaan operator AND dan OR dapat menghasilkan kerentanan pada sistem kontrol akses.

4.21 Proyek Mini

Judul proyek: Sistem Keputusan dan Analisis Kelompok Berbasis Logika dan Himpunan.

Mahasiswa membuat aplikasi sederhana atau rancangan algoritma yang memiliki dua bagian:

- Bagian pertama menerapkan minimal tiga kondisi logika untuk menentukan keputusan.
- Bagian kedua mengelompokkan data ke dalam minimal dua himpunan dan melakukan union, intersection, atau difference.
- Menampilkan hasil evaluasi kondisi secara jelas.
- Menyertakan minimal lima skenario pengujian.
- Menjelaskan hubungan antara aturan program dengan ekspresi logika yang digunakan.

4.22 Daftar Pustaka

- Englander, I., & Wong, W. (2021). The Architecture of Computer Hardware, Systems Software, and Networking: An Information Technology Approach. John Wiley & Sons.
- Heuring, V. P., & Murdocca, M. J. (2021). Principles of Computer Architecture.
- Comer, D. (2017). Essentials of Computer Architecture. Chapman and Hall/CRC.
- Dokumen Rencana Pembelajaran Semester Mata Kuliah Arsitektur Komputer IF221101, Program Studi Informatika, Fakultas Ilmu Komputer, Universitas Pembangunan Nasional Veteran Jawa Timur.

CATATAN PENYUSUNAN BAB

Bab ini disusun dengan menjadikan penerapan logika dan himpunan dalam program sederhana sebagai fokus utama sesuai urutan materi pada RPS. Pembahasan mengenai proposisi, tabel kebenaran, aljabar Boolean, hukum De Morgan, gerbang logika, operasi himpunan, diagram Venn, studi kasus, dan proyek mini merupakan elaborasi pedagogis untuk membentuk pemahaman konseptual sekaligus kemampuan penerapan.