

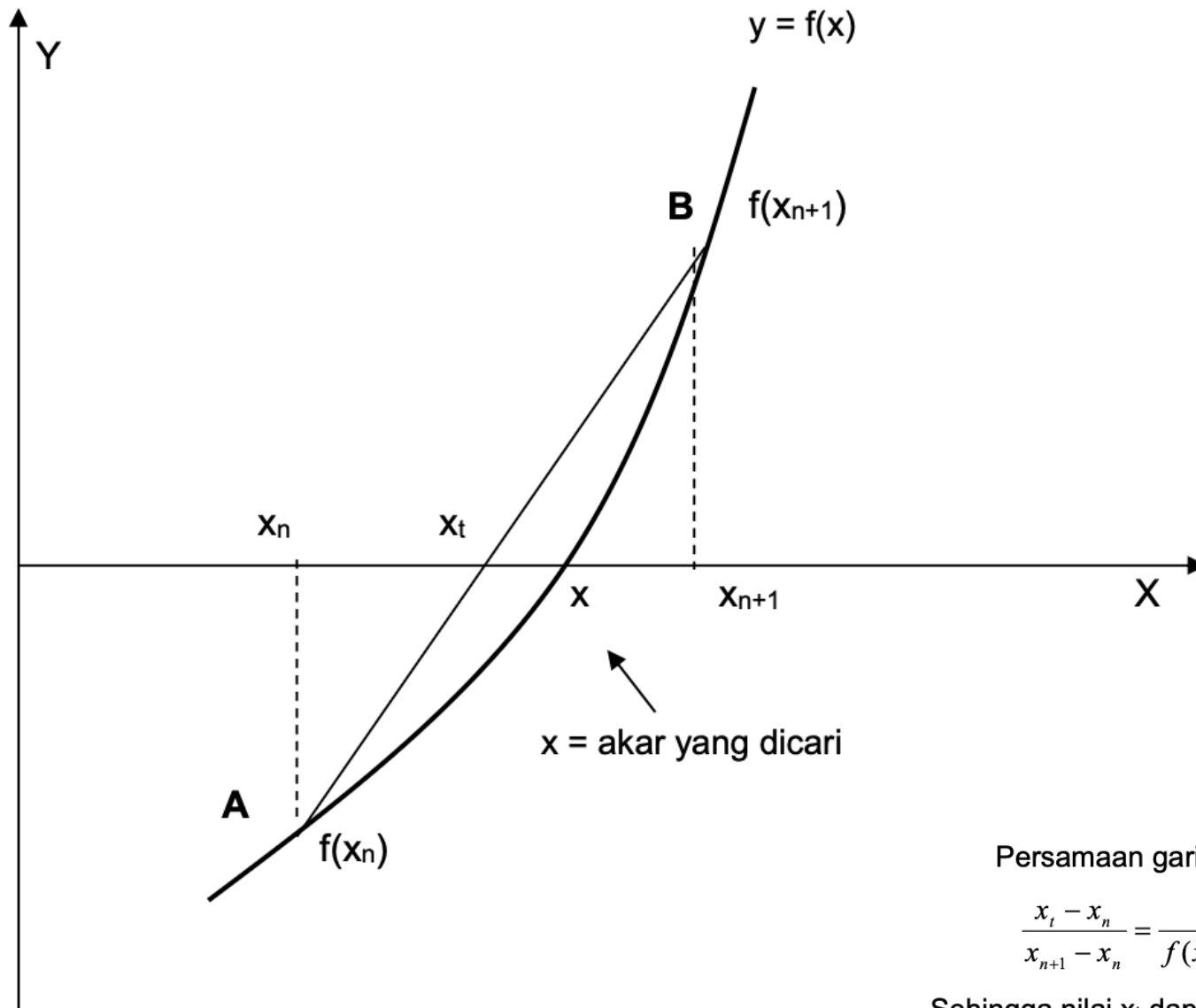
Penyelesaian Persamaan Non Linier

Metode Tertutup

- Metode Tabel
- Metode Biseksi
- Metode Regula Falsi

Metode Regula Falsi

- metode pencarian akar persamaan dengan memanfaatkan kemiringan dan selisih tinggi dari dua titik batas range.
- Dua titik a dan b pada fungsi $f(x)$ digunakan untuk mengestimasi posisi c
- Dikenal dengan metode False Position
- Dibandingkan metode setengah interval, metode regula falsi konvergensinya (kecepatan mencapai akar persamaan) lebih cepat, dan iterasi yang dibutuhkan lebih pendek.



Persamaan garis tersebut dapat dirumuskan:

$$\frac{x_t - x_n}{x_{n+1} - x_n} = \frac{0 - f(x_n)}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}$$

Sehingga nilai x_t dapat dihitung:

$$x_t = x_n - f(x_n) \frac{x_{n+1} - x_n}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}$$

dua titik:

$$A = (x_n, f(x_n))$$

dan:

$$B = (x_{n+1}, f(x_{n+1}))$$

Jarak horizontal dari A ke B adalah:

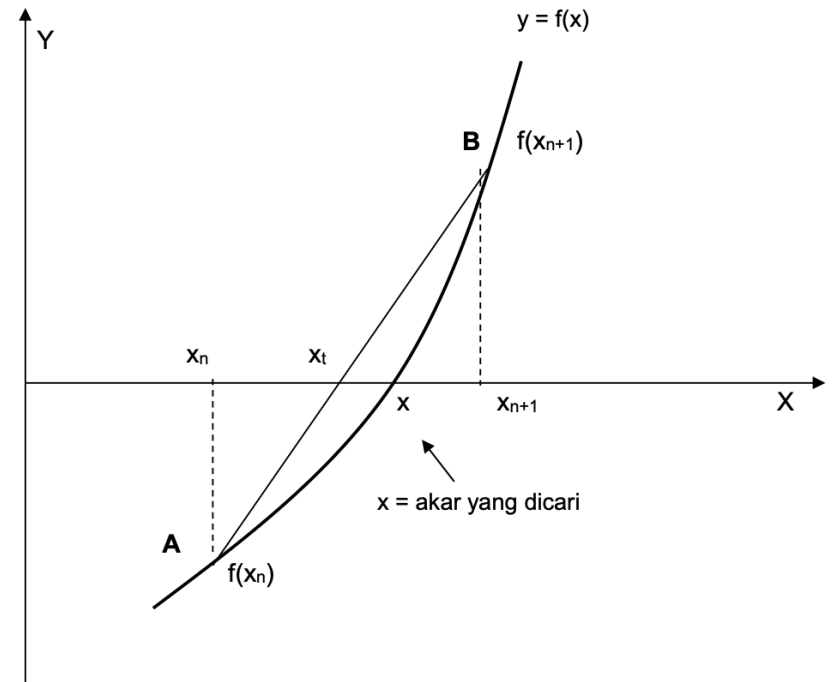
$$x_{n+1} - x_n$$

Sedangkan perubahan vertikalnya adalah:

$$f(x_{n+1}) - f(x_n)$$

Sehingga kemiringan garis A-B adalah:

$$m = \frac{f(x_{n+1}) - f(x_n)}{x_{n+1} - x_n}$$



Pada x_t , garis memotong sumbu-X.
Artinya nilai y pada titik tersebut adalah:
 $y = 0$

Dari titik A menuju x_t :

Perubahan horizontal: $x_t - x_n$

Perubahan vertikal: $0 - f(x_n)$

Karena A dan B berada pada **garis yang sama**,
kemiringannya harus sama.

Jadi:

$$\frac{0 - f(x_n)}{x_t - x_n} = \frac{f(x_{n+1}) - f(x_n)}{x_{n+1} - x_n}$$

Atau seperti yang ditampilkan pada gambar:

$$\boxed{\frac{x_t - x_n}{x_{n+1} - x_n} = \frac{0 - f(x_n)}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}}$$

dari:

$$\frac{x_t - x_n}{x_{n+1} - x_n} = \frac{-f(x_n)}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}$$

Kalikan silang:

$$(x_t - x_n)[f(x_{n+1}) - f(x_n)] = -f(x_n)(x_{n+1} - x_n)$$

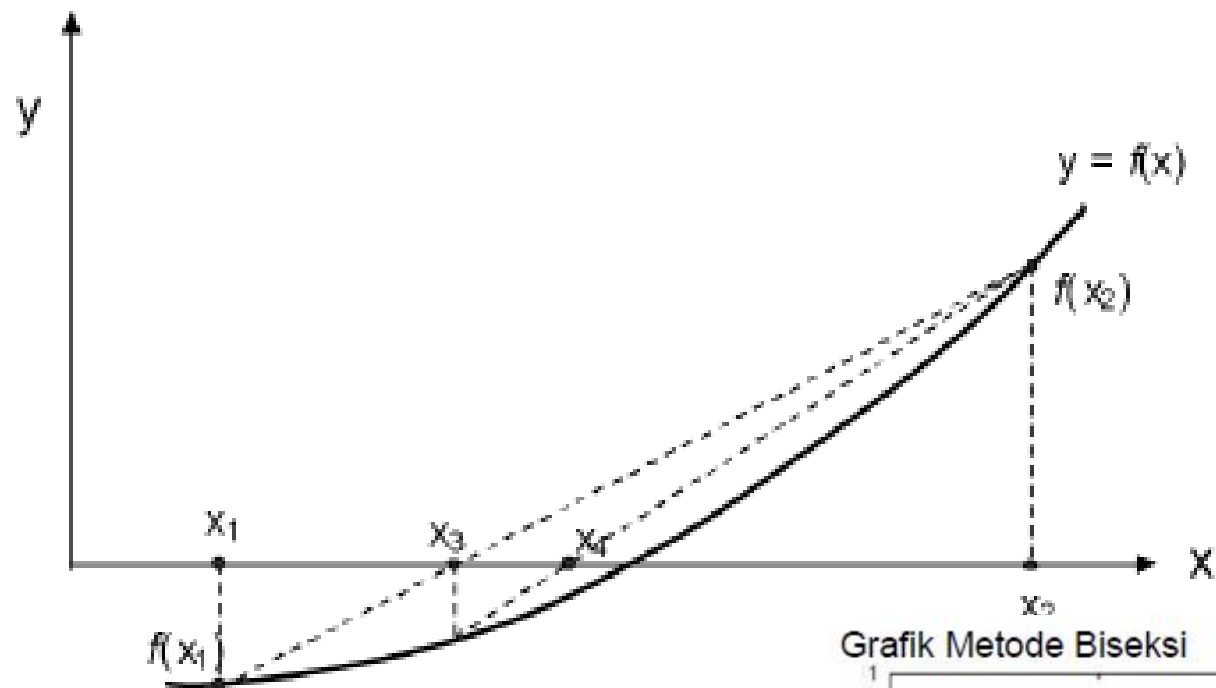
Kemudian bagi:

$$x_t - x_n = \frac{-f(x_n)(x_{n+1} - x_n)}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}$$

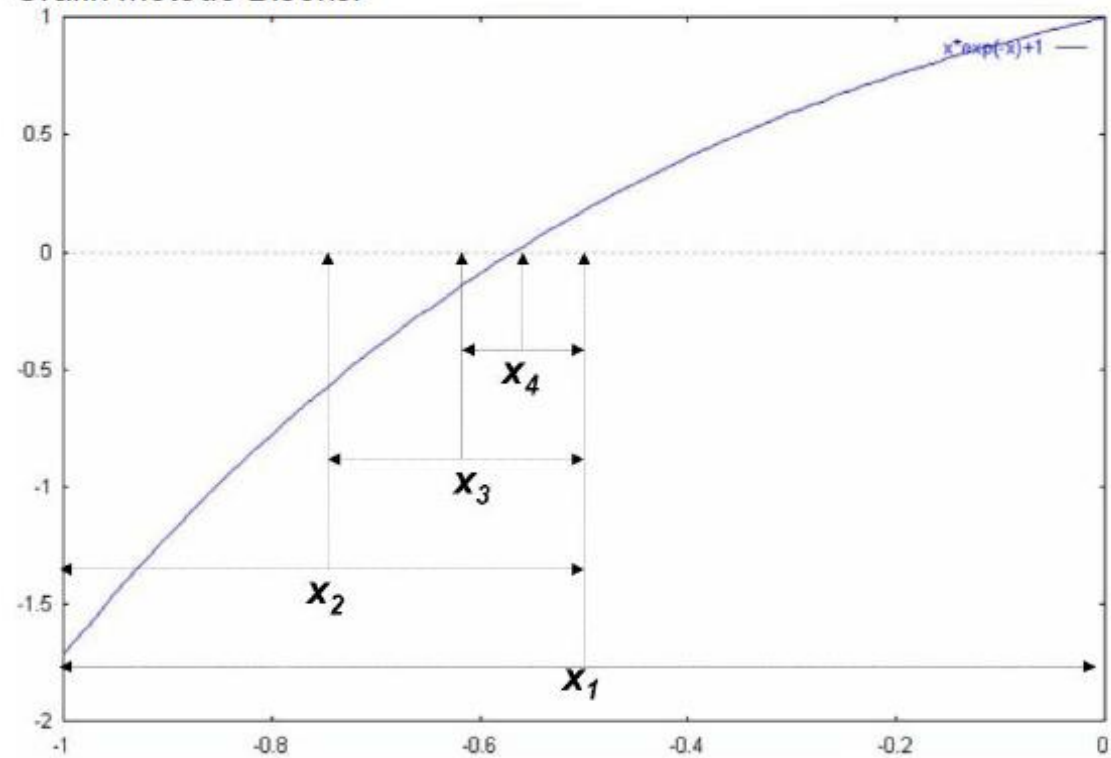
Sehingga:

$$x_t = x_n - f(x_n) \frac{x_{n+1} - x_n}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}$$

Grafik Metode Regula Falsi



Grafik Metode Biseksi



Mencari titik yang baru

- Kalau bisection :

$$c = \frac{a + b}{2}$$

- Regula falsi :

$$c = a - f(a) \left[\frac{b - a}{f(b) - f(a)} \right]$$

Algoritma Regula Falsi

1. Definisikan fungsi $f(x)$.
2. Tentukan batas bawah (a) dan batas atas (b).
3. Tentukan toleransi error (e) dan iterasi maksimum (n).
4. Hitung $f(a)$ dan $f(b)$.
5. Hitung nilai c dengan
$$c = a - f(a) \left[\frac{b - a}{f(b) - f(a)} \right]$$
6. Untuk iterasi $i = 1$ s/d n atau $\text{error} > e$
 - hitung $f(x)$
 - Hitung error e_i .
 - Jika $f(x).f(a) < 0$ maka $b = x$ dan $f(b) = f(x)$. Jika tidak $a = x$ dan $f(a) = f(x)$
7. Akar persamaan adalah x .

CONTOH

Tentukan solusi dari persamaan non-linier:

$$y = x^3 - 7x + 1$$

dengan error 0.005.

$x_n = 2.5$ dan $x_{n+1} = 2.6$.

Hitung nilai $f(x_n), f(x_{n+1}),$

Hitung nilai $f(x_n), f(x_{n+1}),$

Hitung nilai $f(x_n), f(x_{n+1}),$

Hitung nilai $f(x_n), f(x_{n+1}),$

Apakah $f(x_n)$ dan $f(x^*)$ sama tanda? Jika sama tanda maka x^* menggantikan x_n , sedangkan jika berbeda tanda maka x^* menggantikan x_{n+1} .

Terlihat dari tabel 1, $f(x_n) = -0.875$ dan $f(x^*) = -0.015$ sama tanda, maka $x^* = 2.57$ menggantikan $x_n = 2.5$.

Tabel 2

No	x_n	x_{n+1}	$f(x_n)$	$f(x_{n+1})$	x^*	$f(x^*)$
1.	2.5	2.6	-0.875	0.376	2.57	-0.015
						
2.	2.57	2.6	-0.015	0.376		

Apakah $|f(x^*)| \leq 0.005$? Jika ya, maka

$x^* = 2.57$ merupakan solusi dari persamaan non linier tersebut, jika tidak, ulangi langkah 2 dengan $x_n = 2.57$ dan $x_{n+1} = 2.6$.

Dikarenakan $|f(x_{\text{mid}})| = 0.015 > 0.005$ maka ulangi langkah 2 sehingga diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 3

No	x_n	x_{n+1}	$f(x_n)$	$f(x_{n+1})$	x^*	$f(x^*)$
1.	2.5	2.6	-0.875	0.376	2.57	-0.015
sama tanda						
2.	2.57	2.6	-0.015	0.376	2.571	0.003
$ f(x_{\text{mid}}) = 0.003 \leq 0.005$ maka iterasi dihentikan dan diperoleh solusi persamaan non linier yang diinginkan yaitu $x = 2.571$.						

$$|f(x_{\text{mid}})| = 0.015 > 0.005$$

- Perbedaan panjangnya langkah dengan metode bisection

No	x_n	x_{n+1}	$f(x_n)$	$f(x_{n+1})$	x_{mid}	$f(x_{mid})$
1.	2.5	2.6	-0.875	0.376	2.55	-0.269
sama tanda						
2.	2.55	2.6	-0.269	0.376	2.575	0.049
beda tanda						
3.	2.55	2.575	-0.269	0.049	2.562	-0.117
sama tanda						
4.	2.562	2.575	-0.117	0.049	2.568	-0.041
sama tanda						
5.	2.568	2.575	-0.041	0.049	2.572	0.010
beda tanda						
6.	2.568	2.572	-0.041	0.010	2.570	-0.015
sama tanda						
7.	2.570	2.572	-0.041	0.010	<u>2.571</u>	-0.003
$ f(x_{mid}) = 0.003 \leq 0.005$ maka iterasi dihentikan dan diperoleh solusi persamaan non linier yang diinginkan yaitu $x = 2.571$.						

$$|f(x_{mid})| = 0.269 > 0.005$$

$$|f(x_{mid})| = 0.049 > 0.005$$

$$|f(x_{mid})| = 0.117 > 0.005$$

$$|f(x_{mid})| = 0.041 > 0.005$$

$$|f(x_{mid})| = 0.010 > 0.005$$

$$|f(x_{mid})| = 0.015 > 0.005$$

Soal

Hitung menggunakan metode bisection dan regula falsi

1. $x^2 - 4x - 1 = 0$ Range (4,5)

2. $x^3 - 4x - 9 = 0$ Range (2,3)