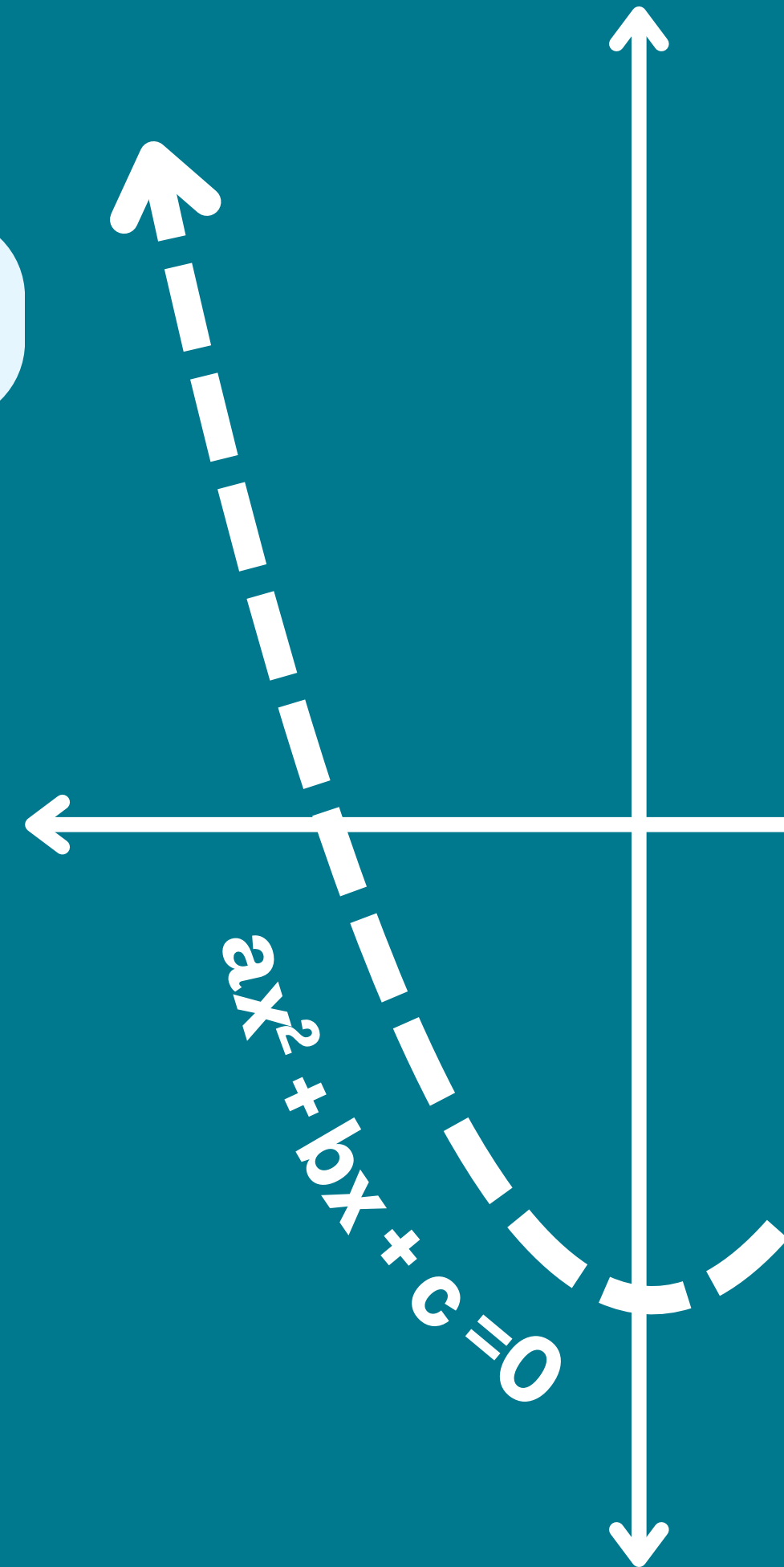


ALJABAR LINEAR DAN MATRIKS

EIGEN

KELOMPOK 12



DAFTAR MATERI

1

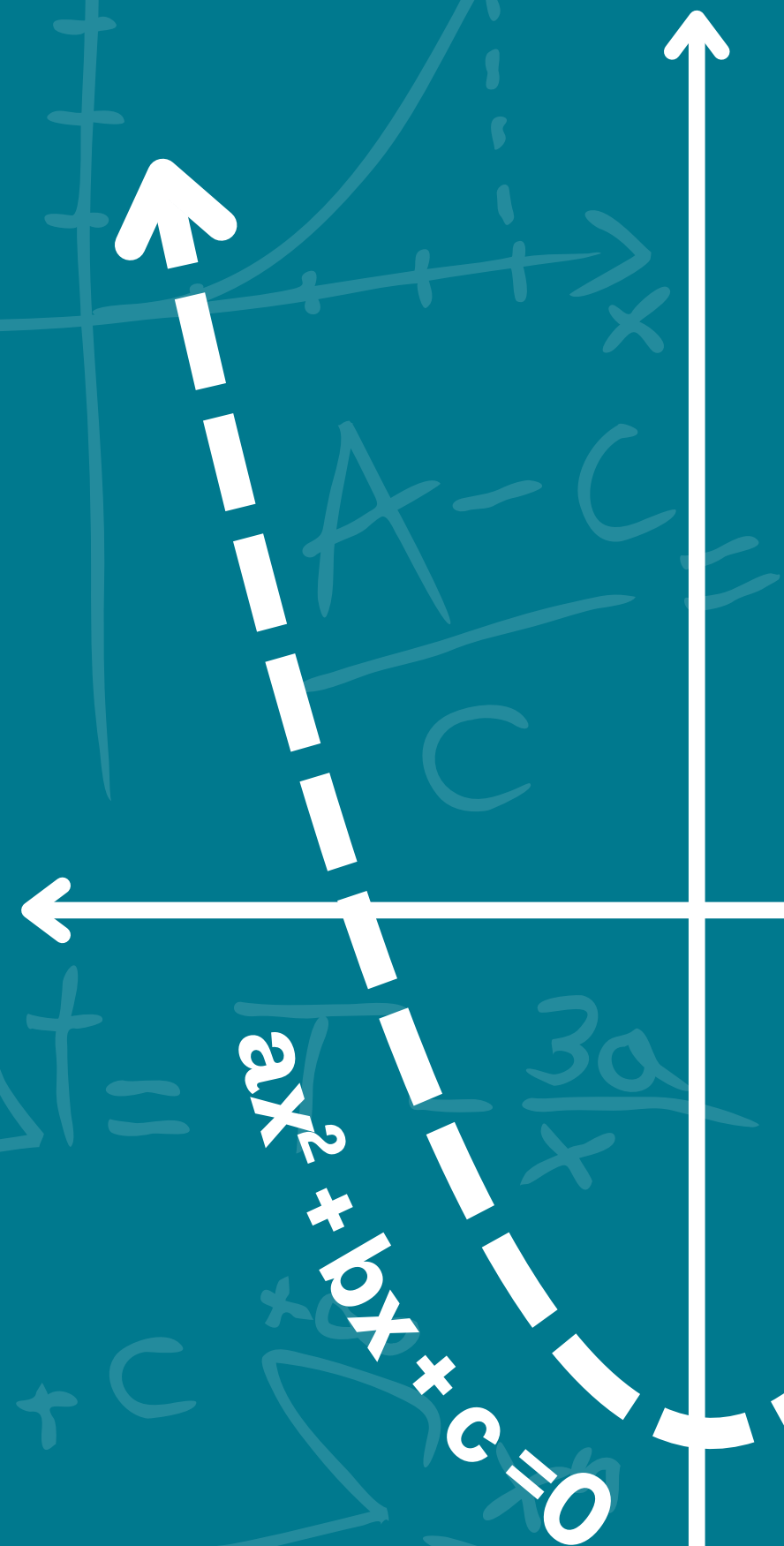
Perngertian Nilai Eigen

2

Pengertian Vector Eigen

3

Basis Ruang Eigen



NILAI & VECTOR EIGEN

Nilai eigen adalah nilai skalar yang menunjukkan besar perubahan panjang pada vector eigen setelah transformasi matriks.

Vector eigen adalah vector khusus yang arahnya tetap setelah dikenai transformasi matriks. Vector ini hanya berubah panjang atau skalanya saja.

PENGERTIAN NILAI EIGEN

Nilai eigen adalah nilai skalar yang menunjukkan besar perubahan panjang pada vector eigen setelah transformasi matriks.

Rumus Dasar

Misalkan A adalah matriks bujur sangkar berukuran $n \times n$.

v adalah vektor tak nol di $\mathbb{R}^n$ dan λ adalah skalar real yang memenuhi:

$$Av = \lambda v$$

maka λ dinamakan nilai eigen dari A , sedangkan v dinamakan vektor eigen dari A .

PENGERTIAN NILAI EIGEN

Nilai eigen adalah nilai skalar yang menunjukkan besar perubahan panjang pada vector eigen setelah transformasi matriks.

Maka :

$$Av = \lambda v$$

$$Av - \lambda v = 0$$

$$Av - \lambda I v = 0$$

$$(A - \lambda I)v = 0$$

ingat...

λ merupakan skalar, maka perlu ditambahkan matriks identitas.

- Solusi Trivial
- SPL (sistem persamaan linear) Homogen
- Solusi Non Trivial

$$\text{Det}(A - \lambda I) = 0$$

Cara Mencari Nilai Eigen

Rumus :

$$\det (A - \lambda I) = 0$$

1. Tentukan nilai eigen dari matriks $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

2. Tentukan nilai eigen dari matriks $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

Quiz For You

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

a

1

b

6

c

8

Cara Mencari Vector Eigen

Rumus :

$$\det (A - \lambda I)V = 0$$

1. Tentukan nilai eigen dari matriks $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

2. Tentukan nilai eigen dari matriks $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Quiz For You

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} ?$$

a

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

c

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

PENGERTIAN BASIS RUANG EIGEN

Basis ruang eigen adalah himpunan vektor-vektor eigen yang saling bebas linear yang membentuk basis untuk suatu ruang eigen (eigenspace) dari matriks persegi tertentu

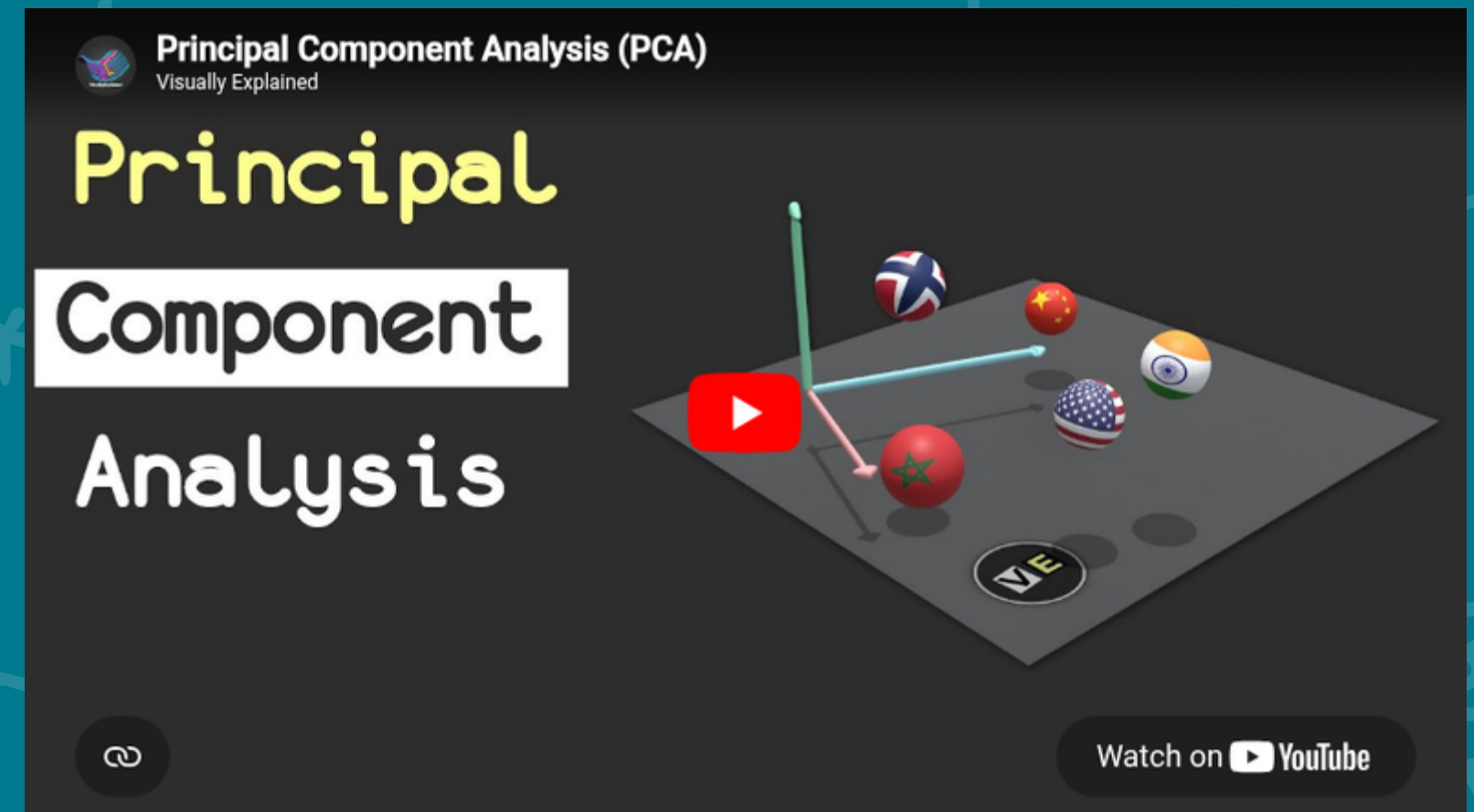


RUANG EIGEN (EIGENSPACE)

Ruang eigen untuk nilai eigen λ adalah:

$$(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I})\mathbf{x} = \mathbf{0}$$

Ruang ini terdiri dari semua vektor eigen yang berhubungan dengan nilai eigen λ , termasuk kombinasi linearnya.



CARA MENENTUKAN BASIS VEKTOR EIGEN

1

Selesaikan persamaan karakteristik $\det(A - \lambda I) = 0$

2

Masukkan nilai λ ke dalam sistem persamaan linear $(A - \lambda I)x = 0$

3

Cari solusi umum menggunakan eliminasi Gauss-Jordan.

4

Tuliskan variabel bebas dalam bentuk parameter untuk mendapatkan vektor-vektor pembentuk basis.

CONTOH SOAL

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} ?$$

Langkah 1: Mencari Nilai Eigen

Matriks A:

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Persamaan Karakteristik:

$$\det(A - \lambda I) = (4 - \lambda)(1 - \lambda) + 2 = 0$$

Penyelesaian:

$$\lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0 \implies (\lambda - 3)(\lambda - 2) = 0$$

Diperoleh Nilai Eigen:

$$\lambda = 3 \text{ dan } \lambda = 2$$

Langkah 2: Menentukan Basis

Nilai Eigen (λ)	Sistem $(A - \lambda I)\mathbf{x} = 0$	Basis Ruang Eigen
$\lambda = 3$	$x_1 - x_2 = 0$	$\mathbf{v}_1 = [1, 1]^T$
$\lambda = 2$	$2x_1 - x_2 = 0$	$\mathbf{v}_2 = [1, 2]^T$

Setiap nilai eigen menghasilkan basis yang terdiri dari satu vektor eigen independen.

Quiz For You

Tentukan basis ruang eigen untuk matriks berikut jika diketahui $\lambda = 1$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Quiz For You

Berapakah dimensi ruang eigen dari matriks identitas berukuran 2×2 untuk $\lambda = 1$?

a

0

b

1

c

2

THANK YOU