

MATERI 13. VEKTOR

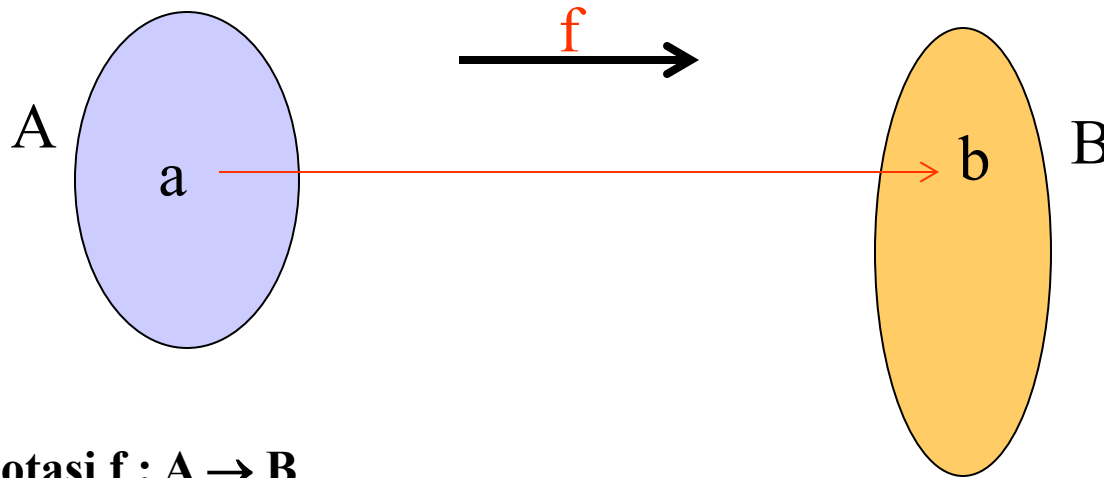
- Ruang Berdimensi n Euclidean
- Transformasi Linier R^n ke R^m

Dr. Ir. Kartini, S.Kom, M.T

Transformasi Linier

Fungsi:

Pemetaan (*mapping*) dari himpunan A ke himpunan B



1. Notasi $f : A \rightarrow B$
2. Himpunan A disebut **DOMAIN(f)**
3. Himpunan B disebut **CODOMAIN(f)**
4. Tiap elemen A dipasangkan dengan (*associated with*) satu elemen B
5. Himpunan semua elemen b yang punya pasangan di A disebut **RANGE(f)**
6. Notasi $f(a) = b$, b disebut bayangan (*image*) dari a

$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ disebut transformasi dan ditulis

$$T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$$

T adalah transformasi linier jika

1. $T(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = T(\mathbf{u}) + T(\mathbf{v})$
2. $T(\mathbf{c}\mathbf{u}) = \mathbf{c}T(\mathbf{u})$

Catatan: $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ vektor-vektor di Ruang- n

$\mathbf{c}$ adalah skalar

$T(\mathbf{u} + \mathbf{v}), T(\mathbf{u}), T(\mathbf{v}), T(\mathbf{c}\mathbf{u}), \mathbf{c}T(\mathbf{u})$ vektor-vektor di Ruang- m

$$T : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$$

Transformasi T dapat “digantikan” oleh perkalian matrix

(matrix A berukuran $m \times n$)

$$(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \rightarrow (w_1, w_2, \dots, w_m)$$

jika $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)^T$ dan $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_m)^T$

maka transformasi dapat “digantikan” dengan

persamaan: $A\mathbf{x} = \mathbf{w}$

di mana A disebut matriks standar untuk transformasi linier T

Contoh:

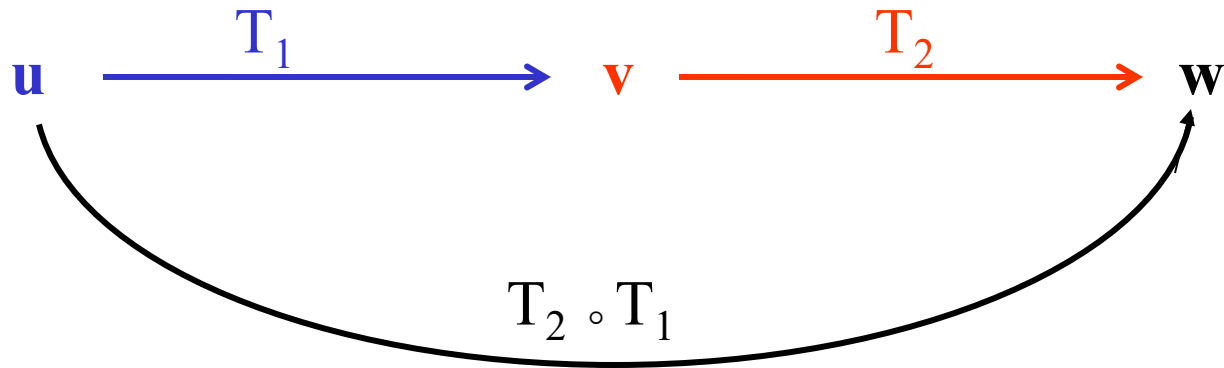
Transformasi nol (*zero transformation*) dari $\mathbb{R}^3$ ke $\mathbb{R}^2$

Transformasi nol (*zero transformation*) dari $\mathbb{R}^2$ ke $\mathbb{R}^3$

Refleksi (lihat Tabel 2 halaman 185)

Proyeksi ortogonal (lihat Tabel 4 halaman 187)

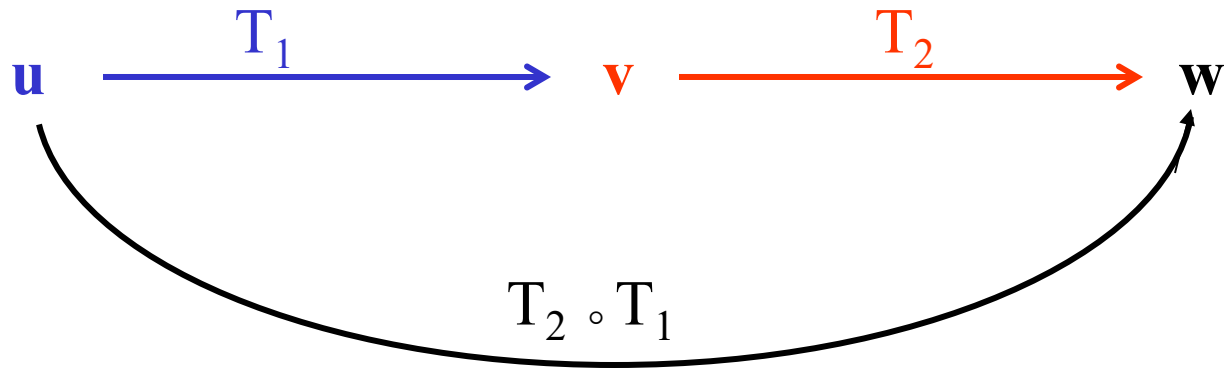
Komposisi dua transformasi:



$$\mathbf{v} = T_1(\mathbf{u})$$

$$\mathbf{w} = T_2(\mathbf{v}) = T_2(T_1(\mathbf{u})) = (T_2 \circ T_1)(\mathbf{u})$$

Komposisi dua transformasi:



Matriks standar untuk $T_1 = A_1$

Matriks standar untuk $T_2 = A_2$

Matriks standar untuk $T_2 \circ T_1 = (A_2)(A_1)$

Komposisi dua / lebih transformasi:

$$T_r \circ T_{r-1} \circ \dots \circ T_2 \circ T_1$$

Contoh: $\mathbf{u} = (-3, 4)$

1. T_1 refleksi terhadap sumbu-y

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. T_2 proyeksi ortogonal pada sumbu-x

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Hasilnya : $(3, 0)$?

(cek dengan menghitung dan menggambar)

Komposisi dua / lebih transformasi:

Contoh: $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$

1. T_1 refleksi terhadap sumbu-y

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_1 \mathbf{u} = \mathbf{v} =$$

2. T_2 proyeksi ortogonal pada sumbu-x

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad A_2 \mathbf{v} = \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

$$A_2 \circ A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (A_2 \circ A_1) \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$