

D



DIKTISAINTEK
BERDAMPAK

Aljabar Linear & Matriks (IF221109) | Pertemuan 5

Determinan Matriks Minor Kofaktor

Yoga Ari Tofan, S.Kom., M.Kom.

Program Studi Informatika, Fakultas Ilmu Komputer
UPN "Veteran" Jawa Timur

DETERMINAN

Determinan adalah nilai yang dapat dihitung dari unsur suatu matriks persegi. Determinan matriks A ditulis dengan tanda $\det(A)$, $\det A$, atau $|A|$. Determinan dapat dianggap sebagai faktor penskalaan transformasi yang digambarkan oleh matriks.

DETERMINAN MATRIKS ORDO 2 X 2

Jika diketahui matriks, $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, maka determinan A dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$|A| \text{ atau } \det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

CONTOH 1 | DETERMINAN ORDO 2 X 2

- Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$. Hasil determinan A adalah ...

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 2 \cdot 3 - (-1) \cdot 4 = 6 + 4 = 10$$

CONTOH 2 | DETERMINAN ORDO 2 X 2

- Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$. Hasil determinan A^T adalah ...

$$|A^T| = \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 \cdot 2 - 1 \cdot 4 = 12 - 4 = 8$$

DETERMINAN MATRIKS ORDO 3 X 3

Jika diketahui matriks, $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$, maka determinan A dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$|A| \text{ atau } \det A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} - & - & - \\ + & + & + \end{matrix}$$

$$|A| = a.e.i + b.f.g + c.d.h - c.e.g - a.f.h - b.d.i$$

Cara diatas dikenal dengan ***metode sarrus***

CONTOH 1 | DETERMINAN ORDO 3 X 3

- Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$. Hasil determinan A adalah ...

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix} \begin{matrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{matrix} = 4 \cdot 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 \cdot 3 + 8 \cdot 2 \cdot 2 - 8 \cdot 1 \cdot 3 - 4 \cdot 5 \cdot 2 - 2 \cdot 2 \cdot 4$$

$$|A| = 16 + 30 + 32 - 24 - 40 - 16 = -2$$

METODE MINOR - KOFAKTOR

Determinan matriks A dapat dicari dengan menghitung jumlah seluruh hasil kali antara kofaktor matriks bagian dari matriks A dengan elemen-elemen pada salah satu baris atau kolom matriks A.

1.Minor elemen a_{ij} diberi notasi M_{ij} , adalah $M_{ij}=\det(A_{ij})$.

2.Kofaktor elemen a_{ij} , diberi notasi C_{ij} , adalah $C_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}$.

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

Langkah Penyelesaian.

1. kita pilih salah satu baris atau kolom matriks A untuk mendapatkan nilai determinannya.
Misalnya, kita pilih baris ke-1. Elemen-elemen matriks baris ke-1, yaitu a_{11} , a_{12} , dan a_{13} .

2. Mencari Matriks bagian dari matriks A nya adalah A_{11} , A_{12} , dan A_{13} .

3. Mencari nilai determinan dengan cara

$$\det A = \sum_{i=1}^n a_{ij} \cdot C_{ij}$$

$$\det A = \sum_{i=1}^3 a_{1j} \cdot C_{1j} = a_{11} \cdot C_{11} + a_{12} \cdot C_{12} + a_{13} \cdot C_{13}$$

CONTOH 1 | METODE MINOR KOFAKTOR

- Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$. Hasil determinan A adalah ...

CONTOH 1 | METODE MINOR KOFAKTOR

1. Pilih salah satu baris atau kolom matriks A

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Memilih atriaks bagian dari matriks A nya adalah A_{11} , A_{12} , dan A_{13}

$$A_{11} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{11} = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{12} = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$A_{13} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 8 \\ 2 & 1 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ maka } M_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Determinan matriks A

$$\begin{aligned} \det A &= a_{11} \cdot C_{11} + a_{12} \cdot C_{12} + a_{13} \cdot C_{13} \\ &= 4 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} + 8 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \\ &= 4 \cdot (4 - 10) - 2 \cdot (8 - 15) + 8 \cdot (4 - 3) \\ &= -24 + 14 + 8 = -2 \end{aligned}$$

CONTOH 2 | METODE MINOR KOFAKTOR

- Diketahui matriks $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}$. Hasil determinan A adalah ...

CONTOH 2 | METODE MINOR KOFAKTOR

1. Pilih salah satu baris atau kolom matriks A

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Memilih atriiks bagian dari matriks A nya adalah A_{21} , A_{22} , dan A_{23}

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \text{ ----> } M_{12} = \det A_{21} = -2 - (-3) = 1$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ ----> } M_{22} = \det A_{22} = 3 - 0 = 3$$

$$A_{23} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \text{ ----> } M_{23} = \det A_{23} = -9 - 0 = -9$$

3. Determinan matriks A

$$\det(\mathbf{A}) = a_{21} C_{21} + a_{22} C_{22} + a_{23} C_{23}$$

$$\det(\mathbf{A}) = a_{21} (-1)^{2+1} M_{21} + a_{22} (-1)^{2+2} M_{22} + a_{23} (-1)^{2+3} M_{23}$$

$$\det(\mathbf{A}) = 1(-1)(1) + 3(1)(3) + 2(-1)(-9)$$

$$\det(\mathbf{A}) = 1(-1) + 3(3) + 2(9) = 26$$

Terima kasih.



DIKTISAINTEK
BERDAMPAK

Gedung Twin Tower Menara
Wimaya B Lt.5 R.501

yoga.if@upnjatim.ac.id